

## Граничная частота и частота Найквиста

Исключительно важными представляются два параметра, определяющие диапазон частот, который выдается алгоритмом БПФ. Если общий объем выборки составляет  $N$  данных, покрывающих интервал  $x=[0,L]$ , то частота

$$\Omega^0=1/L \quad (33)$$

называется *граничной частотой*, а частота

$$\Omega^N=N/2L, \quad (34)$$

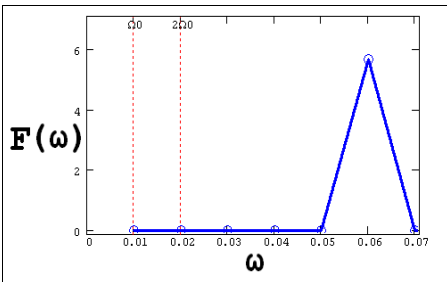


Рис. 63. Низкочастотная область выборочного Фурье-спектра

соответственно, *частотой Найквиста*.

Граничная частота  $\Omega^0$  определяет нижнюю, а частота Найквиста  $\Omega^N$  – верхнюю границу аргумента вычисленного спектра, как показано маркерами на рис. 61. Кроме того, важно, что интервал дискретизации Фурье-

спектра также равен  $\Omega^0$ , а общее число вычисляемых точек спектра, как мы уже говорили, составляет  $N/2$ . Последние утверждения иллюстрируются пунктиром на рис. 63, изображающем график Фурье-спектра вблизи нижней границы частот.

## Артефакты дискретного Фурье-преобразования

При численном нахождении преобразования Фурье следует очень внимательно относиться к таким важнейшим параметрам, как объем выборки  $N$  и интервал дискретизации данных  $\Delta=L/N$ . Соотношение этих двух величин определяет диапазон частот ( $\Omega^0, \Omega^N$ ), для которых возможно вычисление значений Фурье-спектра (рис. 61). В этой связи хотелось бы обратить внимание на три типичные опасности, которые могут подстеречь

неподготовленного исследователя при расчете дискретного Фурье-преобразования и быть для него весьма неожиданными.

### ***Маскировка частот***

Классический пример ошибочного расчета Фурье-спектра связан с возможным присутствием в сигнале гармоник с частотой, превышающей частоту Найквиста. Рассмотрим выборку, для которой  $\Omega^N=0.64$  (см. рис. 61-63). На рис. 64 приведена иллюстрация эффекта, называемого *маскировкой частот*. Он содержит расчет спектров трех различных синусоидальных сигналов с разной частотой  $\omega^0$ , значение которой находится вблизи частоты Найквиста, которая на всех графиках выделена пунктирной линией.

Первый спектр сигнала (сверху) с частотой  $\omega^0$ , меньшей частоты Найквиста  $\Omega^N$ , вычислен верно, а вот два остальных спектра (в центре и внизу) показывают, что, если  $\omega^0$  превышает частоту Найквиста, то в спектре начинают присутствовать неправильные, «лишние» пики. На самом деле, пик спектра для обоих случаев должен располагаться справа от пунктира.

Артефакты спектра связаны, конечно, с нехваткой числа отсчетов для представления высокочастотных гармоник с достаточной информативностью.

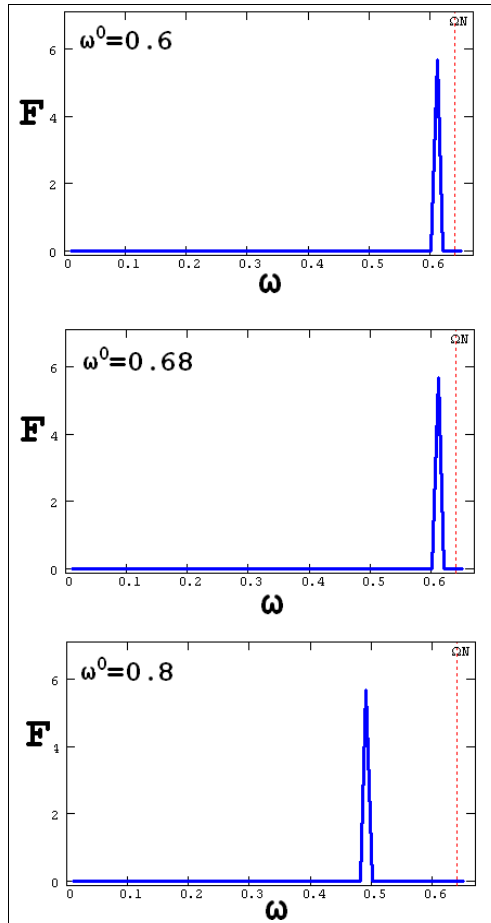


Рис. 64. Фурье-спектры сигналов  $\sin(\omega^0 \cdot x)$  ("маскировка частот")