§5. Случайные процессы и поля

Часто требуется создать непрерывную или дискретную случайную функцию f(x) одной или нескольких переменных (*случайный процесс* или *случайное поле*), значения которой будут упорядочены относительно своих переменных. Применяя нехитрую комбинацию генератора случайных чисел и интерполяции (одно- или двумерной), легко получить модель непрерывного случайного процесса (рис. 48) или поля (рис. 49).

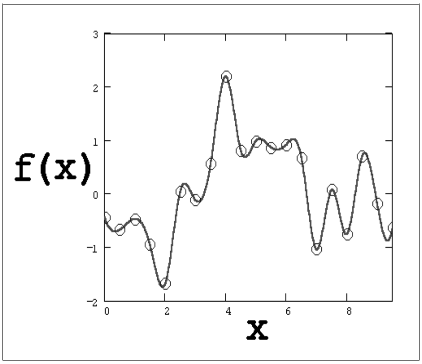

Рис. 48. *Нормальный случайный процесс f(x)*

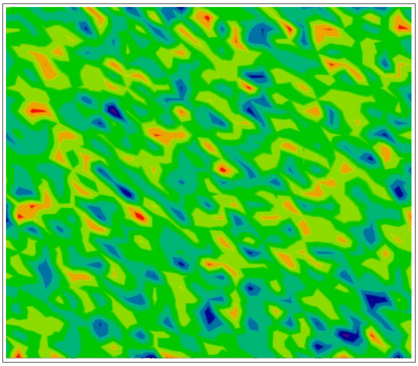

Рис. 49. *Нормальное случайное поле f(x,y)*

Оговоримся, что случайная функция дискретного аргумента $y_i=y(x_i)$ также является случайным процессом, необходимо только, чтобы ее значения были упорядочены относительно своих переменных. Однако, в этом параграфе нас будут интересовать именно непрерывные случайные процессы.

Имитация нормального случайного процесса сводится к генерации обычным способом вектора независимых случайных чисел, имеющих гауссово распределение (они на рис. 48 обозначены точками) и построению интерполяционной зависимости в промежутках между ними.

В результате получается случайный процесс f(x), радиус корреляции которого определяется выбором расстояния x между точками, для которых строится интерполяция. Для получения рис. 48 была использована сплайн-интерполяция.

Нормальное случайное поле можно создать несколько более сложным способом. Вначале осуществляется генерация двух выборок (пар случайных чисел), имеющих нормальное распределение. Если необходимо, то их можно сделать коррелированными при помощи алгоритма (19). Затем, посредством многомерной интерполяции, легко получить само псевдослучайное поле (рис. 49).

Как для случайного процесса, так и для случайного поля можно задать определенный радиус корреляции. Для этого достаточно (как бы заново) провести дискретизацию интервала с определенным элементарным интервалом Δ. В зависимости от значения Δ получается различный объем N выборки случайных чисел Y_i, являющихся значениями случайной функции f(x) в точках дискретизации. Если взять малые Δ, то радиус корреляции (в единицах количества отсчетов) будет большим. Если взять большие Δ, т.е. сильно отстоящие друг от друга точки, то, соответственно, радиус корреляции будет малым. Вычислить корреляционную функцию R(Δ) можно по формуле (21) (рис. 50).

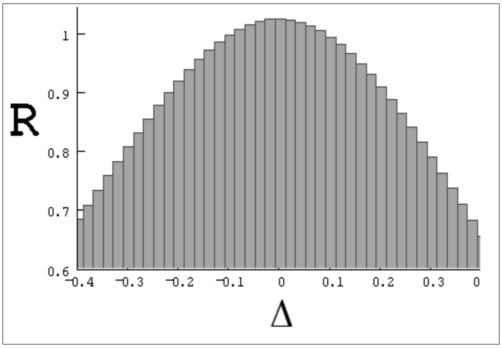

Рис. 50. *Корреляционная функция*

Аналогичным образом легко расчитать двумерную корреляционную функцию R(i,j) для случайного поля, изображенного на рис. 49. Результат расчетов приведен на рис. 51 в виде графиков трехмерной поверхности (справа) и линий уровня (слева).

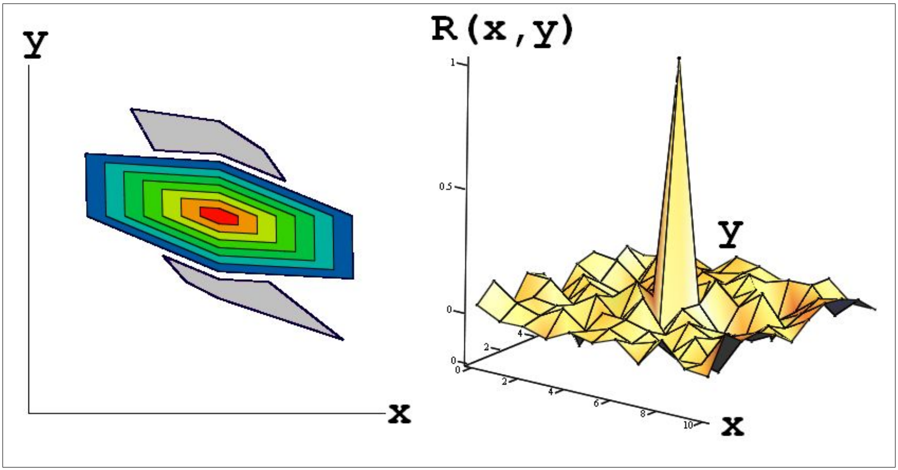

Рис. 51. *Корреляционная функция случайного поля*